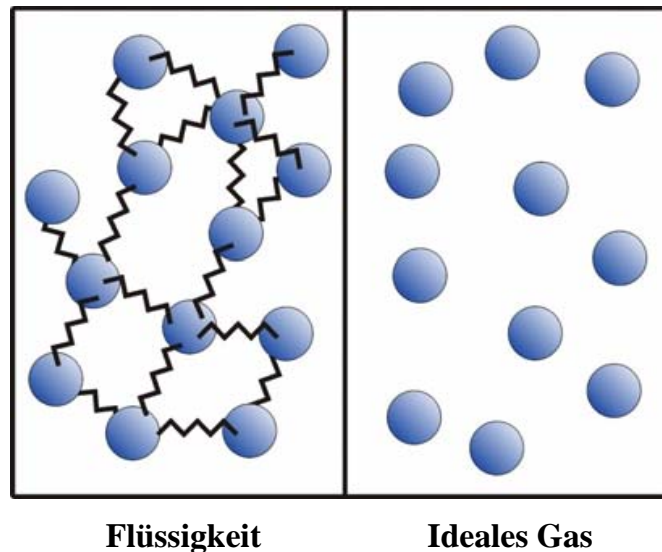


Physikalische Grundlagen der Hygrometrie

Alle Stoffe, die wir in der Natur finden, sind aus elementaren Bausteinen aufgebaut, den **Atomen bzw. Molekülen**. Damit diese Elementarbausteine zusammenhalten und sich nicht in ein Gas verflüchtigen, müssen Kräfte zwischen den einzelnen Teilchen herrschen, die diese aneinander binden. Vereinfacht lassen sich diese Bindungskräfte als Federn darstellen, die zwischen den Atomen bzw. Molekülen angebracht sind (siehe Abbildung links). Die Stärke dieser Bindungskräfte hängt dabei vom **Aggregatzustand** des Stoffs ab. Stoffe kommen in der Natur in drei Aggregatzuständen vor: als Festkörper, Flüssigkeit und Gas.



Die Bindungskräfte zwischen den Elementarbausteinen eines Festkörpers sind viel größer als die Kräfte, die zwischen den Teilchen einer Flüssigkeit wirken. Wechselt der Stoff schließlich vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand, werden die Bindungskräfte zwischen den einzelnen Teilchen aufgehoben (siehe Abbildung). In einem Gas können sich so die einzelnen Teilchen unabhängig voneinander durch den Raum bewegen. Herrscht eine ausreichend hohe Gastemperatur und ein nicht zu hoher Gasdruck vor, kann das Gas als **ideales Gas** betrachtet werden. Speziell für Wasserdampf sind diese Bedingungen auf der Erdoberfläche erfüllt. ($0^{\circ}\text{C} < T < 100^{\circ}\text{C}$; $P \sim 1 \text{ bar}$).

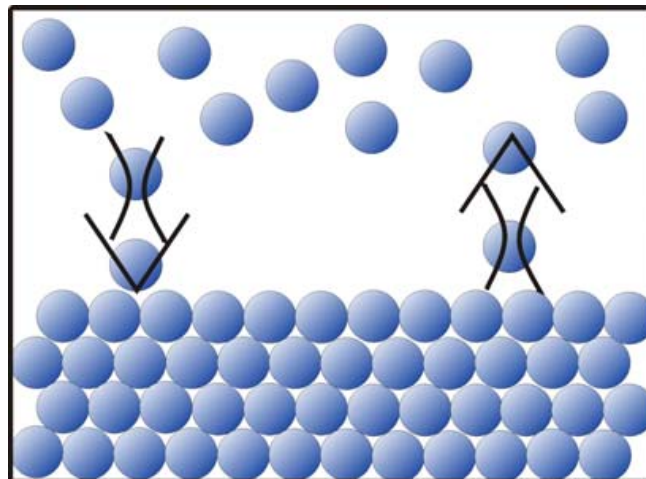
Befinden sich n -Mol eines idealen Gases mit der Temperatur T in einem Volumen V , so stellt sich in diesem Volumen der Gasdruck P ein. Dieser Gasdruck ergibt sich mit der universellen Gaskonstante ($R = 8.31 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$) aus der idealen Gasgleichung.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (\text{ideale Gasgleichung})$$

Beim Verdampfen eines Stoffes müssen die Bindungskräfte zwischen den einzelnen Teilchen in der Flüssigkeit überwunden werden. Im vereinfachten Bild werden dabei die

einzelnen Federn, die die Bindungskräfte zwischen den Teilchen darstellen, immer weiter gedehnt, bis sie schließlich abreißen. Dabei wird Arbeit verrichtet, die man auch als molare Verdampfungswärme dQ/n oder Verdampfungsenthalpie bezeichnet. Sie gibt an, wie viel Energie nötig ist um ein Mol ($6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen) einer Substanz von der flüssigen in die gasförmige Phase umzuwandeln. Die molare Verdampfungswärme ist dabei auch noch von der Temperatur abhängig. So gilt z.B. für Wasser im Temperaturbereich zwischen 0 und $100\text{ }^\circ\text{C}$: $40.7\text{ kJmol}^{-1} < dQ/n < 45.1\text{ kJmol}^{-1}$.

Bringt man eine Flüssigkeit in ein evakuiertes Gefäß, so werden schlagartig Teilchen aus der Flüssigkeit verdampft und die Gasmenge über der Flüssigkeit nimmt rasch zu. Die einzelnen Gasteilchen kollidieren mit den Wänden des Behälters bzw. mit der Flüssigkeitsoberfläche und werden von dort zurückgeworfen. Dadurch entsteht ein Gasdruck, der auch als **Dampfdruck** bezeichnet wird. Umso mehr Teilchen aus der Flüssigkeit verdampfen, desto höher steigt auch der Dampfdruck. Erreicht dieser schließlich einen gewissen Grenzwert, so können keine weiteren Teilchen mehr aus der Flüssigkeit entweichen. Es stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein. Nur wenn Teilchen aus der gasförmigen Phase in die Flüssigkeit zurückkehren, können wieder Teilchen aus der Flüssigkeit verdampfen. Ständig wechseln so Teilchen von der flüssigen in die gasförmige Phase und umgekehrt (siehe Abbildung). Der in diesem Gleichgewichtszustand herrschende Dampfdruck wird als **Sättigungsdampfdruck** P_S bezeichnet.



Der Dampfdruck eines Gases über der Flüssigkeit kann unter normalen Umständen nie höher als der Sättigungsdampfdruck werden. Er ist generell niedriger, da es sehr lange dauert, bis der oben beschriebene Gleichgewichtszustand erreicht wird. Das Verhältnis aus dem aktuellen Dampfdruck und dem Sättigungsdampfdruck nennt man **relative Luftfeuchtigkeit**.

$$\text{rel. Feuchte} = P/P_S$$

Der Sättigungsdampfdruck hängt von der Temperatur ab. Erhöht man die Temperatur,

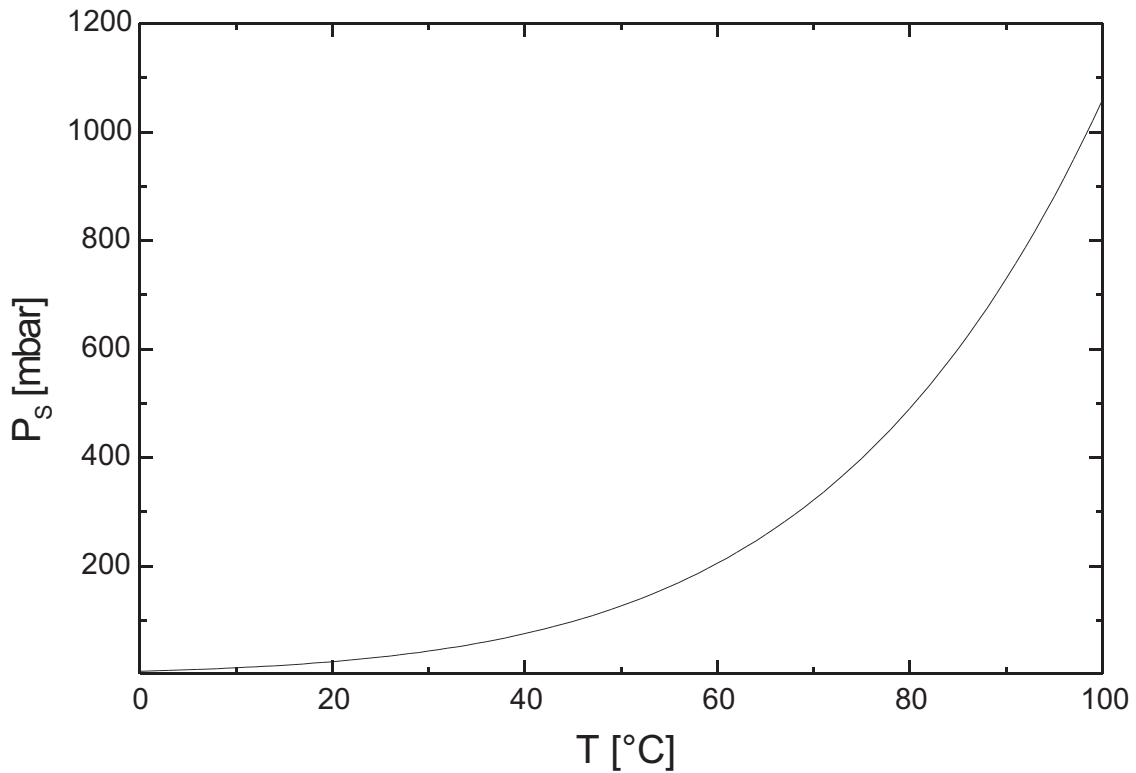
so ist es nach der Thermodynamik wahrscheinlicher, ein Teilchen im gasförmigen (energetisch höheren) Zustand zu finden, als bei entsprechend niedrigeren Temperaturen. Die Temperaturabhängigkeit des Sättigungsdampfdrucks kann aus der *Clausius - Clapeyron - Gleichung* berechnet werden. Allgemein gilt mit der beim Verdampfen benötigten bzw. beim Kondensieren wieder frei werdenden Energiemenge dQ :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{dQ}{dV} \quad (\text{Clausius} - \text{Clapeyron})$$

Wechselt Wasser von der flüssigen in die gasförmige Phase gilt: $dV = V_{gas} - V_{flüssig}$. Da das Volumen der Flüssigkeit viel kleiner ist als das Gasvolumen, kann dies noch weiter vereinfacht werden: $dV \approx V_{gas}$. Damit folgt zusammen mit der idealen Gasgleichung:

$$\frac{dP}{P} = \frac{dQ}{n} \cdot \frac{dT}{R \cdot T^2}$$

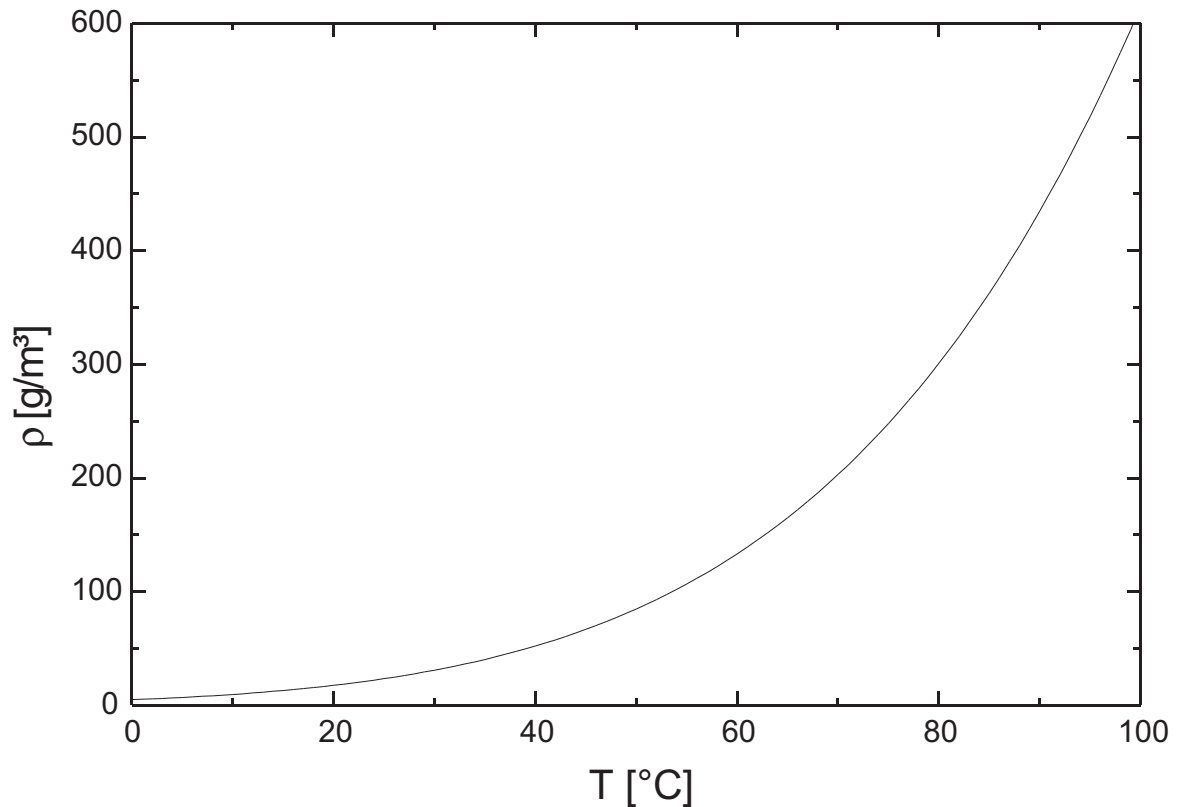
Die Integration dieser Differentialgleichung liefert die allg. Lösung: $P_S(T) = P_0 \cdot e^{-\frac{dQ/n}{R \cdot T}}$



Mit der molaren Verdampfungswärme des Wassers dQ/n (hier vereinfacht nicht von der Temperatur abhängig) und der Randbedingung, dass bei der Siedetemperatur der Sättigungsdampfdruck gerade dem atmosphärischen Luftdruck entspricht, kann die Konstante P_0 ermittelt werden. Auf Meereshöhe (Luftdruck 1013 mbar) liegt die Siedetemperatur des Wassers bei 100 °C.

Die maximale Wassermenge ρ die bei einer bestimmten Temperatur pro Volumen vorhanden ist, folgt mit dem Sättigungsdampfdruck und der molaren Masse des Wassers ($\mu = 18 \text{ g/mol}$) sofort aus der idealen Gasgleichung:

$$\rho(T) = \mu \cdot \frac{P_S(T)}{R \cdot T}$$



Die Menge Wasser die pro Volumen tatsächlich vorhanden ist, bezeichnet man als **absolute Luftfeuchtigkeit**:

$$\text{abs. Feuchte} = \text{rel. Feuchte} \cdot \rho(T)$$

Oft ist auch noch interessant, bei welcher Temperatur der aktuell vorhandene Wassergehalt pro Volumen auskondensiert. Dies tritt genau bei der Temperatur ein, bei der der Sättigungsdampfdruck dem aktuellen Dampfdruck des Wassers entspricht. Diese Temperatur wird deshalb auch als **Taupunkt** τ bezeichnet und wird einfach aus dem Sättigungsdampfdruck bei gegebener Temperatur und rel. Luftfeuchtigkeit bestimmt.

Der Sättigungsdampfdruck des Wassers in Abhängigkeit von der Temperatur kann durch verschiedene Näherungen bestimmt werden. Die von Magnus beschriebene Näherung ist unten angegeben. Die einzelnen berechneten Werte für P_S und ρ sind in der Tabelle für den Temperaturbereich zwischen $1^\circ C$ und $99^\circ C$ zusammengefasst.

$$P_S(T) = 6.107 \cdot 10^{\frac{a \cdot T}{b+T}} ; T \text{ in } ^\circ C$$

$$T < 0^\circ C : a = 7.6, b = 240.7 ; T > 0^\circ C : a = 7.5, b = 235.0$$

T [$^\circ C$]	P_S [mbar]	ρ [g/m ³]	T [$^\circ C$]	P_S [mbar]	ρ [g/m ³]	T [$^\circ C$]	P_S [mbar]	ρ [g/m ³]
1	6.6	5.2	34	54.2	38.2	67	281.7	179.5
2	7.1	5.6	35	57.3	40.3	68	294.4	187.1
3	7.6	6.0	36	60.6	42.5	69	307.7	195.0
4	8.2	6.4	37	64.0	44.7	70	321.5	203.1
5	8.8	6.8	38	67.6	47.1	71	335.8	211.5
6	9.4	7.3	39	71.3	49.5	72	350.6	220.2
7	10.1	7.8	40	75.3	52.1	73	366.0	229.2
8	10.8	8.3	41	79.4	54.8	74	381.9	238.5
9	11.5	8.9	42	83.8	57.6	75	398.4	248.1
10	12.4	9.5	43	88.3	60.5	76	415.6	258.0
11	13.2	10.1	44	93.0	63.6	77	433.3	268.3
12	14.1	10.7	45	98.0	66.8	78	451.7	278.8
13	15.1	11.4	46	103.2	70.1	79	470.7	289.8
14	16.1	12.2	47	108.6	73.5	80	490.4	301.0
15	17.2	12.9	48	114.3	77.1	81	510.9	312.7
16	18.4	13.8	49	120.2	80.9	82	532.0	324.7
17	19.6	14.6	50	126.4	84.8	83	553.8	337.1
18	20.9	15.5	51	132.8	88.8	84	576.4	349.9
19	22.2	16.5	52	139.5	93.0	85	599.8	363.0
20	23.7	17.5	53	146.6	97.4	86	624.0	376.6
21	25.2	18.6	54	153.9	102.0	87	649.0	390.6
22	26.8	19.7	55	161.5	106.7	88	674.8	405.0
23	28.5	20.8	56	169.5	111.6	89	701.5	419.9
24	30.3	22.1	57	177.8	116.7	90	729.0	435.2
25	32.1	23.4	58	186.4	122.0	91	757.5	450.9
26	34.1	24.7	59	195.4	127.5	92	786.9	467.1
27	36.2	26.1	60	204.8	133.2	93	817.2	483.8
28	38.4	27.6	61	214.5	139.2	94	848.6	501.0
29	40.7	29.2	62	224.6	145.3	95	880.9	518.7
30	43.1	30.9	63	235.2	151.7	96	914.2	536.8
31	45.7	32.6	64	246.1	158.3	97	948.6	555.5
32	48.4	34.4	65	257.5	165.1	98	984.1	574.8
33	51.2	36.3	66	269.4	172.2	99	1020.7	594.5